F O R S C H U N G S R E I H E
der
G E S E L L S C H A F T F Ü R W E L T R A U M F O R S C H U N G e.V

B E R I C H T N R. 5

H.H.Kölle:

Verfahren zur Bestimmung der minimalen Startgewichte und der günstigsten Konstruktionsgrundwerte von Raumfahrzeugen.

Gliederung:

I. Bezeichnungsweise.

II. Einleitung.

III. Allgemeine Ableitung der Beziehung für das Startgewicht eines Raumfahrzeuges.

IV. Betrachtung des vereinfachten Falles der einstufigen Rakete.

V. Ableitung und Erläuterung der Hilfstafeln.

VI. Ableitung und Erläuterung des graphischen Verfahrens.

VII. Anwendung und Auswertung des Verfahrens.

VIII. Schlußfolgerungen.

IX. Vergleich der Gewichte und Leistungen von zwei Raketen mit verschiedenen Treibstoffkombinationen.

X. Zusammenfassung und Literaturnachweis.

Der Bericht umfaßt 16 Seiten, 5 Diagramme und eine Tafel.

I. Bezeichnungsweise

Für Entwurfsbetrachtungen sind von Engel und seinen Mitarbeitern folgende Formelzeichen eingeführt worden; sie sollen wegen ihrer guten Übersichtlichkeit auch hier verwendet werden:

G_N = Nettogewicht des Fahrzeuges (Leergewicht ohne Nutzlast);
G_5 = Nutzlastgewicht (einschließlich fester Ausrüstung);
$G_L = G_N + G_5$ = Leergewicht : G_6 = Treibstoffgewicht;
$G_B = G_N + G_6$ = Bruttogewicht;
$G_S = G_L + G_6 = G_B + G_5$ = Gesamtgewicht = Startgewicht einer Stufe;
G_{SO}= Startgewicht des gesamten Raumfahrzeuges;
$G^{SO}_{5(n)}$ = Grundverhältnis, Startgewicht pro Tonne Nutzlast der letzten Stufe,
H = Bezogenes Gesamtleergewicht

Quotienten der oben genanten Gewichte werden dadurch bezeichnet, daß der Buchstabe G am Kopf den Fußzeiger des Zählers, am Fuß den Fußzeiger des Nenners trägt, z.B.:

Treibstoffverhältnis	$G^6_S = G_6/G_S$
Nutzlastverhältnis	$G^5_S = G_5/G_S$
Massenverhältnis	G^S_L - - -
Bauaufwand	G^B_6
Baufaktor	G^L_5
Bauindex	G^N_5

Bei Stufenraketen gelten dieselben Bezeichnungen für jede Stufe einzeln. Um die Stufe zu kennzeichnen, wird eine römische Ziffer als zweiter Fußzeiger verwendet (Grundstufe I). Werden die Gewichte mehrerer Sufen zusammengefaßt, so sind in runden Klammern die unterste und oberste Stufe zu nennen, z.B. $G_{6(II \ldots V)}$.

Ferner sind folgende Bezeichnungen gewählt:

u = die dem Flugauftrag zugrunde liegende " ideelle Geschwindigkeit", oft auch als "charakteristische Geschwindigkeit" bezeichnet.
c = wirksame Auspuffgeschwindigkeit (km/s)
n = Anzahl der Stufen
R_i = Abkürzung für das "ideelle Massenverhältnis" des Gesamtfahrzeuges (Definition nach Oberth)

Bei Vergleichsbetrachtungen sind die Werte der Vergleichsrakete im Gegensatz zur Bezugsrakete mit einem Strich (') versehen.

II. Einleitung.

In der Literatur wurden seither verschiedene Arbeiten bekannt, in denen versucht wurde, ein Verfahren zu entwickeln, das relativ schnell auf die Startgewichte von Raumfahrzeugen schließen läßt. Über diese Fragen sind insbesondere Untersuchungen von Molina und Summerfield, von A.V. Cleaver, sowie von Engel und seinen Mitarbeitern durchgeführt worden.

Diese Verfahren gestatten für die vorgegebenen Randbedingungen eines Flugauftrages das erforderliche Startgewicht zu bestimmen; sie sagen aber nichts darüber aus, ob das ermittelte Startgewicht auch das für den betrachteten Flugauftrag kleinstmögliche Startgewicht ist. Es ist wohl verschiedentlich darauf hingewiesen worden, daß man bei mehrstufigen Raketen nicht die höchstmöglichen Massenverhältnisse wählen wird, aber es sind in der Literatur bis jetzt keine Angaben darüber zu finden, welches das günstigste Massenverhältnis für einen vorgegebenen Flugauftrag ist.

In der vorliegenden Arbeit ist nun der Versuch unternommen worden, ein Verfahren zu entwickeln, das es gestattet, nicht nur allgemein das Startgewicht eines Raumfahrzeuges zu bestimmen, sondern das kleinstmögliche. Es ist dafür das Verhältnis von Nettogewicht zu Nutzlast eingeführt worden. Dieses wird als "Bauindex" ξ bezeichnet. Mit diesem Faktor läßt sich das für einen Flugauftrag erforderliche Startgewicht so ableiten, daß der Bauindex als Parameter in dieser Beziehung enthalten ist. Aus der graphischen Darstellung dieser Beziehung läßt sich dann mühelos der günstigste Bauindex ablesen, der zugleich das günstigste Massenverhältnis und das kleinstmögliche Startgewicht liefert.

Bei der weiteren Auswertung des Verfahrens lassen sich über den Einfluß der verschiedenen Konstruktionswerte einige wichtige Aussagen machen.

Das Verfahren gestattet gleichzeitig die Frage zu entscheiden, in welchem Falle eine Rakete mit höherer Auspuffgeschwindigkeit und höherem Nettogewicht einer gewählten Bezugsrakete in Bezug auf das minimale Startgewicht über- bzw. unterlegen ist.

Schließlich läßt sich mit diesem Verfahren mühelos eine große Zahl von Flugaufträgen durchrechnen. Der Vergleich der dafür erforderlichen Startgewichte gibt einige interessante Aufschlüsse über die konstruktiven und wirtschaftlichen Anforderungen und Voraussetzungen der Weltraumfahrt.

III. Allgemeine Ableitung der Beziehung für das Startgewicht eines Raumfahrzeuges.

Für die Ableitung seien folgende Verabredungen getroffen:

a. Die dem Flugauftrag zugrunde liegende ideelle Geschwindigkeit u sei mit genügender Genauigkeit bestimmbar und bekannt.

b. Der durch das Verfahren ermittelte Bauindex G_S^N sei zunächst für jede Stufe gleich groß.

c. Der Luftwiderstand und der Geschwindigkeitsverlust durch die Erdbeschleunigung sei in der ideellen Geschwindigkeit u enthalten, so daß diese nicht weiter betrachtet zu werden brauchen.

d. Das Nettogewicht der Raumfahrzeuge muß aufgrund von Erfahrungswerten mit einiger Genauigkeit geschätzt werden können.

Weitere Einschränkungen sind zunächst nicht notwendig, da der Ansatz allgemein durchgeführt wird. Spätere Vereinfachungen, die vorgenommen werden können, aber nicht müssen, ziehen weitere Einschränkungen nach sich.

Als bekannte Beziehung zwischen der charakteristischen Geschwindigkeit, der Ausströmungsgeschwindigkeit, des Startgewichtes und des Endgewichtes eines Raumfahrzeuges sei die Raketengrundgleichung als bekannt vorausgesetzt. Diese heißt

$$(1) \qquad u = c \ln \frac{G_{S0}}{G_{L(n)}}$$

Die verallgemeinerte Form dieser Gleichung für eine n stufige Rakete, deren einzelne Stufentriebwerke verschiedene Ausströmungsgeschwindigkeiten haben, lautet dann

$$(2) \qquad \frac{u_{(n)}}{c_{(n)}} + \frac{u_{(n-1)}}{c_{(n-1)}} + \dots + \frac{u_{(k)}}{c_{(k)}} + \frac{u_{(II)}}{c_{(II)}} + \frac{u_{(I)}}{c_{(I)}} =$$

$$= \ln \left(G^S_{L(n)} \cdot G^S_{L(n-1)} \cdots G^S_{L(k)} \cdots G^S_{L(II)} \cdot G^S_{L(I)} \right)$$

Um die in dieser Gleichung enthaltenen Massenverhältnisse mit den Startgewichten der einzelnen Stufen in Beziehung setzen zu können, müssen zunächst die Startgewichte der einzelnen Stufen bestimmt werden. Unter Beachtung der eingeführten Definitionen erhält man folgende Ausdrücke für die Startgewichte der Stufen I bis n:

$$(3) \qquad G_{S(n)} = G_{S(n)} \left(G^N_{S(n)} + 1 \right) \cdot G^S_{L(n)} = G_{S(n-1)} \quad = \underbrace{(G_N + G_{B(n)})}_{G_{L(n)}} \frac{G_{S(n)}}{G_{L(n)}}$$

$$G_{S(n-1)} = G_{S(n-1)} \left(G^N_{S(n-1)} + 1 \right) G^S_{L(n-1)} = G_{S(n-2)}$$

- - - - -

$$G_{S(k)} = G_{S(k)} \left(G^N_{S(k)} + 1 \right) \cdot G^S_{L(k)} = G_{S(k-1)}$$

- - - - -

$$G_{S(II)} = G_{S(III)} \cdot (G^{N}_{S\,II} + 1) \cdot G^{S}_{L(II)} = G_{S(I)}$$

$$G_{S(I)} = G_{S(II)} \cdot (G^{N}_{S\,I} + 1) \cdot G^{S}_{L(I)} = G_{S0}$$

Es ist also das Gewicht der einen Stufe stets die Nutzlast der vorherigen Stufe. Die Zusammenfassung der Gleichungen (3) ergibt sofort das Startgewicht des gesamten Fahrzeuges

$$(4)\qquad G_{S0} = G_{S(n)}\left[(G^{N}_{S(n)}+1)(G^{N}_{S(n-1)}+1)\cdots(G^{N}_{S(k)}+1)\cdots(G^{N}_{S(II)}+1)(G^{N}_{S(I)}+1)\right] \cdot G^{S}_{L(n)} \cdot G^{S}_{L(n-1)} \cdots G^{S}_{L(k)} \cdots G^{S}_{L(II)} \cdot G^{S}_{L(I)}$$

Für das Produkt der Massenverhältnisse sei das ideelle Massenverhältnis mit der Abkürzung R_i eingeführt, also

$$(5)\qquad R_i = G^{S}_{L(n)} \cdot G^{S}_{L(n-1)} \cdots G^{S}_{L(k)} \cdots G^{S}_{L(II)} \cdot G^{S}_{L(I)}$$

und Gl.(4) wird zu:

$$(6)\qquad G_{S0} = G_{S(n)}\left[(\xi_{(n)}+1)(\xi_{(n-1)}+1)\cdots(\xi_{(k)}+1)\cdots(\xi_{(II)}+1)(\xi_{(I)}+1)\right] \cdot R_i$$

wenn wir gleichzeitig für den Bauindex die Abkürzung ξ einführen. Mit den oben eingeführten Abkürzungen läßt sich die Gl.(2) jetzt auch wie folgt schreiben:

$$(7)\qquad \sum_{n=I}^{n=n} \frac{u}{c_{n}} = \ln R_i = \ln\left(\frac{G_{S0}}{G_{n}}\right)$$

oder wenn wir die Einschränkung zulassen, daß die Ausströmungsgeschwindigkeiten aller Stufentriebwerke gleich sind, kann man auch schreiben:

$$(8)\qquad \frac{u}{c} = \ln R_i$$

Diese Beziehung stellt sich in einfach logarithmischem Netz als Gerade dar und ist in der Abb.5 eingezeichnet. Es ist somit möglich, mit Hilfe dieser Beziehung für jeden Wert u/c, der für die Durchführung einer Raumfahrzeug-Konstruktion der entscheidendste ist, das dazugehörige ideelle Massenverhältnis zu bestimmen. Weist die Konstruktion-nach der Vollendung-dieses Massenverhältnis auch wirklich auf, dann und nur dann kann das Raumfahrzeug den vorgegebenen Flugauftrag durchführen.

Verabreden wir noch bei der Gl.(6) die Vereinfachung, daß das Startgewicht auf eine Tonne Nutzlast zu beziehen ist, und führen wir für das Produkt der Klammern folgende Abkürzung ein:

$$(9)\qquad H = \left[(\xi_{(n)}+1)(\xi_{(n-1)}+1)\cdots(\xi_{(k)}+1)\cdots(\xi_{(II)}+1)(\xi_{(I)}+1)\right]$$

so läßt sich Gl.(6) umschreiben zu:

$$(10) \qquad \boxed{G^{SO}_{5(n)} = H \cdot R_i} \quad \frac{G_{01}}{G_{Nn}} = \frac{G_{0n}'}{G_n'};\ \frac{1}{\delta_n'}$$

Dieser Wert $G^{SO}_{5(n)}$ wird wegen seiner wichtigen konstruktiven Bedeutung das "Grundverhältnis" genannt.
Diese Gleichung ist eine Beziehung zwischen drei Größen, die sich leicht in einem Schaubild festlegen läßt, wenn man eine der Größen als veränderlichen Parameter wählt. Diese Darstellung führt dann auf das weiter unten erläuterte Verfahren.

IV. Betrachtung des vereinfachten Falles der einstufigen Rakete.

Für einstufige Raketen ist die Raketengrundgleichung (1) streng gültig; sie ist in der Abb.1 graphisch dargestellt. Allgemein kann man bei der Berechnung einer einstufigen Rakete so vorgehen, daß man für den vorgegebenen Wert von u/c das erforderliche Massenverhältnis aus der Abb.1 ermittelt. Diesem ist aber aus konstruktiven Gründen nach oben hin eine Grenze gesetzt, und es ist anzunehmen, daß
17 Massenverhältnisse größer als 5 für einstufige Raketen konstruktiv nicht durchführbar sein werden. Somit ergibt sich als Grenzwert für u/c die Zahl 1,6. Daraus kann man sofort entnehmen, daß stets hohe Auspuffgeschwindigkeiten anzustreben sind, wenn man ein konstrutiv einfaches Fahrzeug haben will. Die Forderung nach einer geringen Stufenzahl ist jedoch nur eine Forderung, die von der konstruktiven Seite und nicht von der energetischen gestellt wird. Allgemein günstige Gewichtsverhältnisse ergeben sich für Raumfahrzeuge bei hohen wirksamen Auspuffgeschwindigkeiten, deren günstigste Stufenzahl geringer ist, als die Stufenzahl von Geräten mit kleiner wirksamer Auspuffgeschwindigkeit. Wie aber nachher abgeleitet werden wird, gibt es bei höheren Nettogewichten Fälle, bei denen - selbst im Bereich von R_1 zwischen 2 und 5 - die zweistufige Rakete der einstufigen überlegen ist, da sie auf ein geringeres Baugewicht führt. Die Grenze der Bereiche von ein- und zweistufigen Raketen kann aus der Abb.6 entnommen werden.
Die Konstruktionsgrundwerte der einstufigen Geräte können leicht ermittelt werden, sobald das erforderliche Massenverhältnis festgelegt ist, da auch in der Regel die Nutzlast und das Nettogewicht vorgegeben sind.

V. Ableitung und Erläuterung der Hilfstafeln.

Um in einer möglichst geschickten Form die Gl.(10) darstellen zu können, sollen alle Rechenwerte und Funktionen in Schaubildern dargestellt werden, die zugleich eine rasche Auswertung des Verfahrens und eine Nachprüfung der Ergebnisse gestatten.
In der Abb.2 ist die Abhängigkeit des ideellen Massenverhältnisses von dem Massenverhältnis der einzelnen Stufe und der Stufenzahl dargestellt. Es ist hierbei vorausgesetzt, daß die Massenverhältnisse der einzelnen Stufen gleich sind.
Die Abbildung 3 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Nettogewicht, der Nutzlast und dem Bauindex auf. Die Gewichte sind durch die Division mit dem Startgewicht dimensionslos gemacht und in Prozent auf der Ordinate und Abzisse aufgetragen. Der Bauindex ς ist als Parameter gewählt. Es sind die Werte ς = const für den Bereich von 0,4 bis 6,0 - der technisch interessiert - aufgetragen.
Die Abb.4 gestattet die Ablesung der Massenverhältnisse für einen vorgegebenen Wert von G_L, der sich aus der Abb.3 ergibt, wenn man dort mit einem bestimmten Wert von ς eingeht.
Die Abb.5 schließlich stellt die Abhängigkeit des Wertes H von dem Bauindex ς und der Stufenzahl dar, wobei die Stufenzahl n als Parameter gewählt wurde.
Mit Hilfe dieser Diagramme läßt sich jetzt leicht die Beziehung der Gl.(10) in einem Schaubild darstellen.

VI. Ableitung und Erläuterung des graphischen Verfahrens.

Der Zweck des Verfahrens soll der sein, für bestimmte Randbedingungen, die sich aus dem Flugauftrag und den konstruktiven Grenzen ergeben, sofort das kleinstmöglichste Startgewicht bestimmen zu können. Das Startgewicht ist durch die oben abgeleitete Gl.(10) gegeben und auf eine Beziehung von drei Größen zurückgeführt, die sich leicht in einem doppellogarithmischen Netz darstellen läßt.
Der Zusammenhang zwischen diesen drei Größen wurde in der Abb.6 dargestellt. Auf der Ordinate ist das sich aus der Raketengrundgleichung ergebende Massenverhältnis für das Gesamtgerät R_i und auf der Abzisse der oben definierte Wert H aufgetragen. Der Wert ς wurde als Parameter gewählt. Durch Beschränkung der ς Werte auf den günstigsten Bereich konnten fünf verschiedene Nettogewichte in das Schaubild aufgenommen werden, so daß es für überschlägige Bestimmungen der günstigsten Werte allen Ansprüchen gerecht wird.
Auf der Ordinate ist ferner das Startgewicht angegeben, welches sich aus der logarithmischen Multiplikation von H und Ri ergibt.

Die einzelnen Punkte des Diagramms wurden wie folgt gefunden: Mit einem gewählten Wert für ς in die Abb.3 eingehend, erhält man bei einem vorgegebenen Wert für G_N den dazugehörigen Wert für G_5. Die Summe von G_N und G_5 ergibt das Leergewicht G_L, welches mit der Kurve in Abb.4 sofort auf das dazugehörige Massenverhältnis einer Stufe führt. Mit diesem in die Abb.2 und 5 eingehend, erhält man für eine bestimmte Stufenzahl die Werte H und R_i, die zur Festlegung eines Kurvenpunktes im Schaubild 6 erforderlich sind. Indem man die Nettogewichte und den Bauindex ς konstant hält, ergeben sich die Geraden ς = constant, die als Strahlenbüschel alle vom Ursprung ausgehen. Eine Änderung des Wertes ς bei konstant gehaltenem Nettogewicht führt auf die Kurven n = const. Diese Kurven haben für einen bestimmten ς Wert einen Gipfelpunkt und fallen mit weiter abnehmendem ς wieder ab. Dadurch haben die Kurven n= const jeweils einen Schnittpunkt mit den n Kurven des nächsthöheren oder nächsttieferen Wertes. Diese Schnittpunkte trennen die Bereiche der einzelnen Stufen voneinander, denn die n Kurve, die fallend durch die nächstniedrige hindurchgeht, führt bei gleichem R_i auf ein größeres Baugewicht. Diese Schnittpunkte lassen sich rechnerisch dadurch bestimmen, daß man die Forderung aufstellt, daß $H_n = H_{n-1}$ sein soll, da G_{SO} und R_i gleich bleiben müssen. Daraus ergeben sich dann die beiden Werte für ς und somit auch der genaue Wert für H und R_i. Die Schnittpunkte, die jeweils die gleichen Stufen voneinander trennen, liegen auf einer Hyperbel, deren Gleichung sich leicht bestimmen läßt. Diese Hyperbeln trennen dann die Gebiete der günstigsten Stufenzahlen und gestatten auch die Ermittlung von Zwischenwerten für G_N.

Aus dem Schaubild ist deutlich zu ersehen, daß es für jede Stufenzahl einen ganz bestimmten Bereich für R_i gibt. Überschneiden sich diese Gebiete, so führen stets die kleineren Stufenzahlen auf die kleineren Startgewichte. In den Grenzgebieten dicht über den Hyperbeln ist die Frage der Stufenzahl nicht eindeutig zu entscheiden, da man sicher einige Prozent mehr Startgewicht in Kauf nehmen wird, wenn man dafür mit einer Stufe weniger auskommt, zumal eine weitere Stufe eher auf ein größeres, als auf ein kleines Nettogewicht führt. Daher ist es zweckmäßig, in der Anwendung die Hyperbeln etwas höher zu legen und eine theoretische Erhöhung des Startgewichtes von etwa 5 % zuzulassen. Diese Verlagerung der Hyperbeln ist jedoch im Schaubild noch nicht durchgeführt.

Aus dem Schaubild ist ferner zu entnehmen, daß jedem Nettogewicht ein kleiner Bereich günstigster ς Werte zugeordnet ist. Dieser ist begrenzt durch den Bestwert von ς, bei dem die Stufenkurve ihren relativ höchsten Punkt hat und durch den ς Wert, der durch den Schnittpunkt zweier Stufenkurven geht, wobei der letztere der kleinere von beiden ist.

Um eine Übersicht über die Abhängigkeit dieses Bereiches günstigster ς Werte zu erhalten, wurde in Abb.7 versucht, diese Abhängigkeit vom Nettogewicht in einem Schaubild darzustellen. Der Bauindex ist auf der Ordinate und G_S^N auf der Abzisse abgetragen. ~~Strebt~~ G_S^N nach 1,50 strebt der Bauindex nach unendlich, d.h. die Nutzlast muß unendlich klein werden. Dies hat natürlich technisch keinen Sinn. Der für die Praxis wichtige Bereich liegt zwischen $G_S^N = 0{,}10$ und $G_S^N = 0{,}40$. Weiterhin ist noch in das Schaubild die Abhängigkeit des Treibstoff- und Bruttogewichtes vom Nettogewicht eingetragen, woraus man ersieht, daß die Treibstoffe im technisch wichtigen Bereich etwa 35 bis 65 % des Startgewichtes ausmachen.

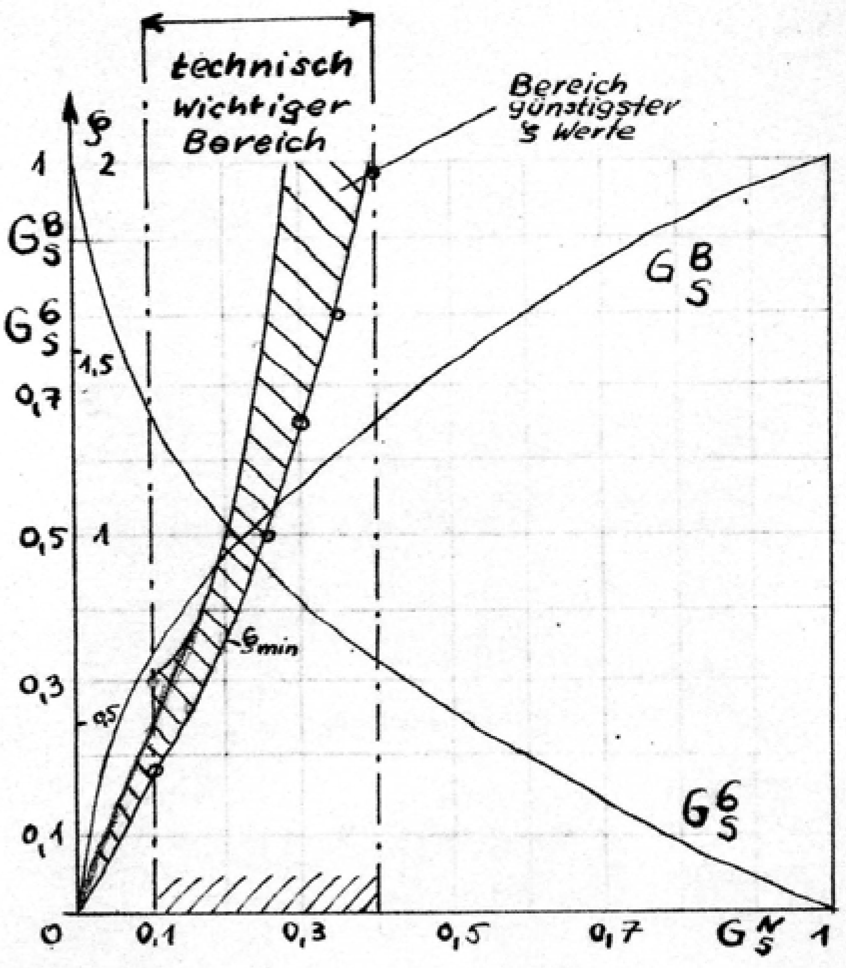


Abb.7: Bereich günstiger ς Werte, und verhältnismäßige Brutto- und Treibstoffgewichte in Abhängigkeit vom Nettogewicht.

VII. Anwendung und Auswertung des Verfahrens.

Das Schaubild der Abb.6 gestattet nun das sofortige Ablesen des Startgewichtes, sobald das dem Flugauftrag zugeordnete ideelle Massenverhältnis mit Hilfe der Raketengrundgleichung bestimmt ist. Mit diesem Wert von R_i in das Schaubild eingehend, stößt man beim Verfolgen der Linie R_i = const in Richtung zunehmender Werte von H auf eine Reihe von Stufenkurven. Aus diesem Strahlenbüschel wird dann derjenige Sektor näher betrachtet, der das vorgegebene Nettogewicht kennzeichnet. So erhält man sofort die günstigste Stufenzahl. Die durch den Schnittpunkt der Linie R_i = const und der ersten Stufenkurve gehende Gerade unter 45 Grad führt auf das Startgewicht das sowohl auf der Ordinate, als auch auf der Abzisse abgelesen werden kann. Eine zweite Lösung gibt der Schnittpunkt von R_i = const und der zweiten Stufenkurve; die Stufenzahl wird dabei geringer, aber das Startgewicht größer.

Durch den eben gekennzeichneten Schnittpunkt läuft dann noch eine Gerade ϱ = const, so daß damit auch der zugehörige Bauindex ermittelt ist. Damit sind dann von dem gesuchten Fahrzeug folgende Werte bekannt: u/c ; R_i ; n ; G_N ; ϱ ; H und $G^{SO}_{5(n)}$.

Die allen graphischen Verfahren anhaftende Ungenauigkeit führt nicht immer auf die exakten Werte, so daß eine rechnerische Nachprüfung unerläßlich ist. Diese kann so erfolgen, daß man mit der ermittelten günstigsten Stufenzahl und dem vorgegebenen Wert für R_i das Massenverhältnis der einzelnen Stufe gemäß Abb. 2 bestimmt. Mit diesem Massenverhältnis läßt sich G_L nach Abb. 4 bestimmen, und da G_N vorgeschrieben ist, somit auch G_5. Die in Abb. 3 dargestellte Beziehung führt dann auf den genauen Bauindex ϱ. Mit diesem kann nun H und schließlich das Startgewicht nachgeprüft werden.

Aus dem Schaubild geht deutlich hervor, welche entscheidende Bedeutung das Nettogewicht für das Startgewicht hat. Aber auch ein Fahrzeug mit prozentual großem Nettogewicht kann auf kleine Baugewichte führen, wenn sich dabei durch hohe Auspuffgeschwindigkeiten das erforderliche ideelle Massenverhältnis auf einen kleineren Wert drücken läßt. Kleine Nettogewichte führen andererseits bei der günstigsten Lösung auf sehr kleine ϱ Werte. D.h. aber, daß bei ϱ = 0,5 beispielsweise die Nutzlast doppelt so groß wie das Leergewicht ist. Auch hier ist eine Grenze gesetzt, und zwar dort, wo das Einbaugewicht des vorgegebenen Triebwerkes etwa 3/4 des möglichen Nettogewichtes ausmacht.

Die sich dadurch ergebenden Grenzen werden sich erst dann klar erkennen lassen, wenn ausreichende konstruktive Erfahrungswerte vorliegen. Aber es läßt sich aus allen diesen Forderungen der Schluß ziehen, daß bei der Konstruktion von Raumfahrzeugen an den Konstrukteur in Bezug auf Geschicklichkeit, Erfindungsgabe und exakte Rechnung weit größere Anforderungen zu stellen sind als in allen anderen Zweigen des Maschinenbaues.

Um die Vielseitigkeit des oben beschriebenen Verfahrens unter Beweis zu stellen, soll noch das naheliegende Beispiel einer Lastrakete -vorgesehen für den Bau einer Aussenstation in etwa 750 km Höhe - so weit als möglich durchgerechnet werden.

Die Kreisbahngeschwindigkeit beträgt in der gewählten Höhe ~7,5 km/s. Die Verluste durch die Erdbeschleunigung und Umlenkung seien mit 1,8 km/s veranschlagt, so daß damit die ideelle Geschwindigkeit, die dem Flugauftrag zugrunde gelegt werden muß, $u = 9,3$ beträgt. (Es wird angenommen, daß die Verluste durch den Luftwiderstand durch die Zunahme der wirksamen Auspuffgeschwindigkeit mit zunehmender Höhe ausgeglichen werden.)

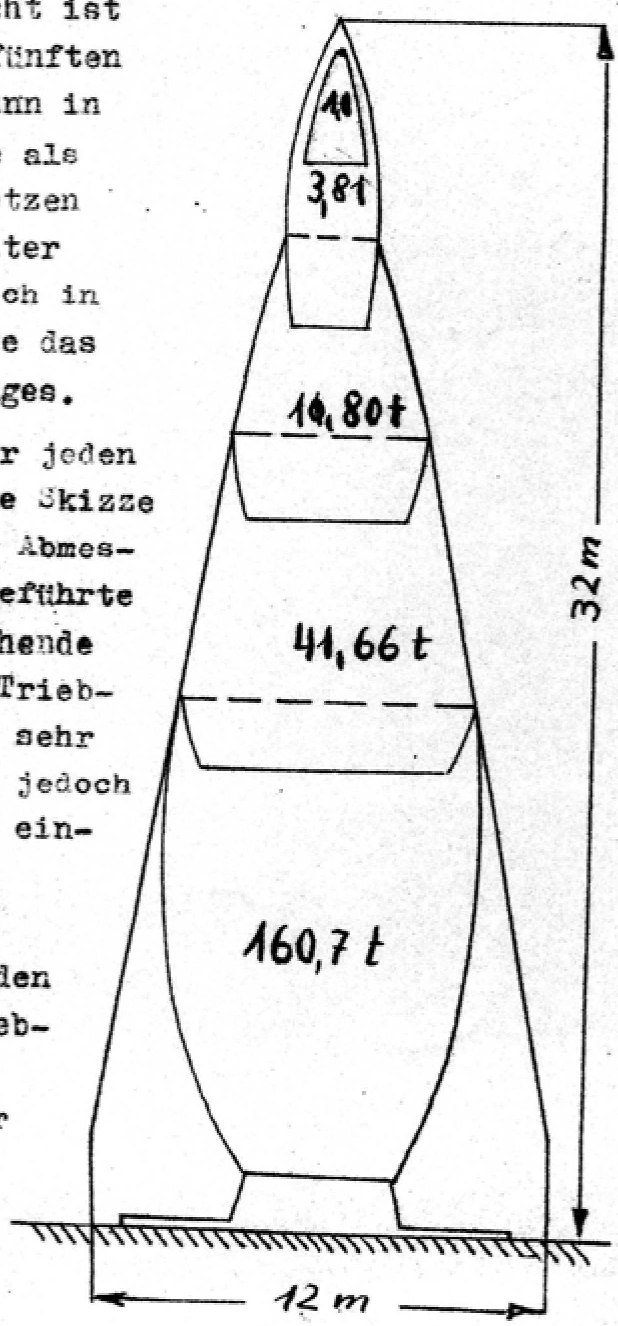
Als Auspuffgeschwindigkeit sei die heute höchst erreichbare mit $c = 3$ km/s (Öl-Sauerstoff Rakete) zugrunde gelegt, so daß sich mit der Raketengrundgleichung für das erforderliche ideelle Massenverhältnis der Wert 22 ergibt. Mit diesem in Abb.6 eingehend, erhält man bei $G_N = 20\%$ (ein heute erreichbarer Wert) als günstigste Stufenzahl $n=4$. Dadurch ist gleichzeitig ϱ mit 0,8 festgelegt. Die unter 45 Grad verlaufende Gerade führt sofort auf das Startgewicht von 220 t pro Tonne Nutzlast! Die exakte Nachrechnung ergibt als verbesserte Werte $\varrho = 0,77$ und $G_{5(n)}^{SO} = 217$. Würde man bei den gleichen Verhältnissen ein Nettogewicht von $G_N = 15\%$ erreichen können, käme man auf ein Startgewicht von nur 106 t. Da hier gerade die n Kurve an der Grenze ihres Bereiches geschnitten wird, wäre u.U. auch eine dreistufige Rakete zu erwägen; man würde dann bei 15% Nettogewicht auf ein Startgewicht von 114 t anstatt auf 106 t kommen. Es bliebe die Frage zu klären, ob nicht bei einem Übergang zur vierstufigen Rakete sich deren Startgewicht aus konstruktiven Gründen nicht doch um etwa den gleichen Betrag erhöhen würde. Dem weiteren Rechnungsgang sei aber das zuerst angeführte Beispiel mit $G_{5(n)}^{SO} = 217$ t zugrunde gelegt, weil hierbei die heute erreichbaren Werte vorausgesetzt wurden. Die bisher ermittelten Werte genügen, um die Gewichte der einzelnen Stufen und die Menge der für jede Stufe erforderlichen Treibstoffe zu bestimmen. Die Ergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle aufgetragen:

Stufe	IV	III	II	I	Gesamt
Nutzlast G_5	1,0	3,81	14,64	56,30	1,0
Nettogewicht G_N	0,77	2,93	11,22	43,30	58,22
Leergewicht $G_L = G_5 + G_N$	1,77	6,74	25,86	99,60	-
Treibstoffgewicht G_6	2,04	7,90	30,44	117,40	157,78
Startgewicht G_S	3,81	14,64	56,30	217,00	217,00

Man beginnt links oben in der Tabelle durch Festlegung der Nutzlast der Endstufe. G_N ergibt sich aus $G_N = S \cdot G_5$. Mit der bekannten Gleichung $G_S = G_L^S \cdot (G_N + G_5)$ läßt sich sofort das Startgewicht der einzelnen Stufe bestimmen. Das Treibstoffgewicht ist die Differenz $G_S - G_L$. Das in der fünften Zeile erhaltene Startgewicht ist dann in die erste Zeile der nächsten Spalte als Nutzlast der nächsten Stufe einzusetzen und genau in der gleichen Weise weiter zu rechnen. So ergibt sich schließlich in der letzten Zeile und letzten Spalte das Startgewicht des ganzen Raumfahrzeuges.

Maßstaab

1:200



Diese Werte bilden die Grundlage für jeden Entwurf, und es läßt sich leicht eine Skizze anfertigen, um die Größenordnung der Abmessungen zu erhalten. Für das oben angeführte Beispiel ergeben sich etwa nebenstehende Abmessungen. Nun müßte die Wahl der Triebwerke erfolgen, eine Frage, die einer sehr genauen Untersuchung bedarf, auf die jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden soll.

Mit Hilfe des Schaubildes in Abb.6 wurden praktisch alle interessierenden Flugaufträge durchgerechnet. Die Ergebnisse führen auf 43 Fahrzeugtypen, deren hauptsächlichste Daten in der Tabelle angegeben sind. Selbstverständlich läßt sich die Zahl der Beispiele beliebig erhöhen.

VIII. Schlußfolgerungen

Aus der Übersicht der für die einzelnen Flugaufträge erforderlichen Startgewichte lassen sich einige Schlußfolgerungen ziehen. Zunächst wird man annehmen dürfen, daß sich Raumfahrzeuge bis zu einem Baugewicht von 200 bis 400 to bauen lassen werden, zumal die größten der bis heute gebauten Flugzeuge nicht weit von der 200 to Grenze entfernt sind. Das oben durchgerechnete Beispiel unter heute erreichbaren Bedingungen führte auf ein Startgewicht von 217 to pro Tonne Nutzlast der letzten Stufe. Zwei Mann Besatzung, die dazu notwendige Ausrüstung und die erforderlichen Meßgeräte dürften etwa mit 1 to zu veranschlagen sein, so daß man aus diesem Beispiel darauf schließen kann, daß ein derartiges Fahrzeug - das die Vorbedingung für den Bau einer Außenstation ist - heute durchaus gebaut werden könnte, wenn die dazu erforderlichen Mittel zur Verfügung stehen würden.

Weiterhin kann man durch Vergleich der Beispiele 1 bis 5 den Einfluß des Nettogewichtes und der Auspuffgeschwindigkeit auf das Startgewicht erkennen. Höhere Auspuffgeschwindigkeiten führen auf kleinere günstigere Stufenzahlen, wie insbesondere die Beispiele mit c= 10 km/s zeigen.

Rechnet man verschiedene Beispiele mit zwei unterschiedlichen Ausgangsbasen durch, so erkennt man sofort, daß die Forderung von Pirquet nach einer zweiten Aussenstation in großer Höhe durchaus berechtigt ist, insbesondere dann, wenn nur kleine Auspuffgeschwindigkeiten erreichbar sind. Für Flüssigkeitsantriebe wurden jeweils zwei Ausströmungsgeschwindigkeiten der Rechnung zugrunde gelegt, wobei der Wert c = 4,5 km/s als oberste Grenze für chemische Raketen gelten darf. Zu Vergleichszwecken wurde ein Beispiel mit c= 10 km/s gerechnet, einer Auspuffgeschwindigkeit, die etwa bei Atomraketen erwartet werden darf.

Wir ersehen weiterhin aus der Aufstellung, daß es theoretisch möglich sein müßte, mit chemischen Raketen bereits eine ganze Zahl von Raumfahrten durchzuführen, wenn man nur die ganze Bahn in mehrere Strecken unterteilt und diese nach und nach zurücklegt. Dies ist selbstverständlich nur bei einem sehr großen Aufwand möglich. Aus der Aufstellung geht beispielsweise auch hervor, daß eine Mondumrundung wie folgt durchgeführt werden könnte:

Bau einer Aussenstation mit Lastfahrzeugen vom Typ 1, wozu etwa 1000 Fahrten gemacht werden müßten. In der Aussenstation I Montage kleinerer Raumfahrzeuge vom Typ 8, mit deren Hilfe eine zweite kleine Aussenstation errichtet wird, die den Ausgangspunkt für die letzte

Phase des Fluges darstellt. Auf der Aussenstation II wird dann eine weitere kleine Rakete vom Typ 18 mit einem Startgewicht von 6,3 to gebaut, mit der endlich die Mondumrundung durchgeführt werden kann. Man kann auf diese Weise das gesamte Startgewicht für ein derartiges Fahrzeug, daß bei direktem Fluge viele tausend Tonnen betragen würde, in mehrere kleine aufteilen, wobei aber der Gesamtaufwand nicht geringer wird.
Der für alle diese Projekte ungeheure Bauaufwand ist es, der heute noch die Menschheit von der Verwirklichung der Weltraumfahrt abhält. Dieser Aufwand läßt sich wesentlich vermindern, wenn es gelingt, leistungsfähige Raketentriebwerke mit großen Auspuffgeschwindigkeiten zur Betriebsreife zu entwickeln. Dieses ist daher auch das Nahziel der Raketenforschung.
Um den geringen Unterschied zwischen interplanetaren und interstellaren Fahrten aufzuzeigen, wurden die Beispiele 37 bis 43 durchgerechnet. Es ist daraus zu entnehmen, daß es leichter ist, von der Erde (AS I) aus unser Sonnensystem zu verlassen, als von der AS II der Erde zur Aussenstation der Venus und zurück zu gelangen. –
Beim Vergleich der Beispiele 19 und 20 fällt der geringe Unterschiede der erforderlichen Startgewichte auf. Bei dem Beispiel 17 mit c=4,5 ergibt sich für denselben Flugauftrag sogar ein größeres Startgewicht als für das Beispiel 16 mit c= 3 km/s. Der Grund liegt darin, daß man bei Verwendung von Wasserstoffraketen größere Nettogewichte ansetzen muß als bei Öl/Sauerstoffraketen. Das liegt darin begründet, daß das spezifische Gewicht des Wasserstoffes sehr gering ist, so daß große Tankvolumina notwendig sind, um den erforderlichen Treibstoff zu befördern. Die Vergrößerung der Tanks bedingt aber eine Vergrößerung des Nettogewichtes. Bei den Beispielen wurde für Wasserstoffraketen ein $G_N = 30\%$ eingesetzt. Es erhebt sich hier sofort die Frage, wo hier die Grenze der Wirtschaftlichkeit der einzelnen Treibstoffsysteme liegt. Denn offenbar wird die durch die höhere Auspuffgeschwindigkeit verbesserte Leistung durch die Erhöhung des Nettogewichtes wieder rückgängig gemacht. Dazwischen muß aber eine Grenze liegen. Das gleiche gilt selbstverständlich auch für die Atomrakete, die voraussichtlich nicht leichter sein wird, als eine Öl/Sauerstoffrakete. Über diese Grenze gibt das Verfahren ebenfalls Auskunft, und diese soll nun im folgenden Abschnitt erläutert werden.

IX. Vergleich der Gewichte und Leistungen von zwei Raketen mit verschiedenen Treibstoff-Kombinationen.

Die grundsätzliche Fragestellung kann wie folgt formuliert werden:
a.) Wie groß muß die Ausströmungsgeschwindigkeit der Vergleichsrakete mindestens sein, wenn sie bei höherem Nettogewicht $G_N' > G_N$ das gleiche Startgewicht wie die Bezugsrakete oder ein geringeres als diese haben soll?

Diese Frage läßt sich mit Hilfe des Schaubildes in Abb.6 leicht beantworten. Man geht mit dem Startgewicht der Bezugsrakete in das Diagramm ein, verfolgt die Linie $G^{SO}_{5(n)}$ = const bis sie erstmalig auf eine Stufenkurve des zu dem G_N' gehörenden Strahlenbüschels stößt und liest auf der Ordinate den zu diesem Start- und Nettogewicht zugeordneten Wert für das ideelle Massenverhältnis R_i ab. Aus der Raketengrundgleichung ergibt sich dann sofort das erforderliche u/c, und da u mit den Größen der Bezugsrakete gegeben ist, auch sofort der gesuchte Wert für die Auspuffgeschwindigkeit der Vergleichsrakete.

Nehmen wir das oben behandelte Beispiel, so erhalten wir mit R_i=22, und $G^{SO}_{5(n)}$ = 217 bei einem G_N' der Vergleichsrakete von 30% ein R_i' = 9,8; daraus ein u/c' = 2,3. Da u mit 9,3 vorgegeben ist, erhalten wir sofort c'_{min} = 9,3/2,3 = 4,02 km/s. Die Vergleichsrakete kann also erst dann mit der Bezugsrakete in den Wettbewerb treten, wenn sie eine Auspuffgeschwindigkeit von 4,02 km/s erreicht, und ist ihr überlegen, wenn diese noch größer wird.

Umgekehrt kann die Fragestellung aber auch lauten:
b.) Wie groß darf das Nettogewicht der Vergleichsrakete höchstens sein, wenn diese eine höhere Auspuffgeschwindigkeit als die Bezugsrakete, aber höchstens das gleiche Startgewicht aufweisen soll?

In diesem Falle ist so vorzugehen, daß man mit beiden Werten $u/c \rightarrow R_i$ und $\frac{u}{c'} \rightarrow R_i'$ in das Schaubild eingeht und feststellt, bei welchem G_N' das R_i' das konstant gehaltene Startgewicht überschreitet. Für diesen Zweck wäre eine größere Zahl von G_N Werten in das Schaubild einzuzeichnen, um eine gute Genauigkeit zu erhalten. Ein Näherungswert läßt sich jedoch schon aus dem vorliegenden Schaubild ermitteln.

Es ist hierbei zu beachten, daß es nicht gleichgültig ist, bei welchem Flugauftrag der Vergleich durchgeführt wird, denn der Wert u geht in die Raketengrundgleichung $R_i = e^{u/c}$ auch bei diesem Vergleich mit ein.

Auf diese Weise lassen sich einfach mit ausreichender Genauigkeit zwei Raketen miteinander vergleichen und die erforderlichen Nettogewichte bzw. Auspuffgeschwindigkeiten ermitteln.

X. Zusammenfassung und Literaturnachweis.

Mit Hilfe des in diesem Bericht abgeleiteten Verfahrens ist es nun möglich, für jeden beliebigen Flugauftrag, der in den Weltraum hinaus führt und für den die charakteristische Geschwindigkeit mit ausreichender Genauigkeit ermittelt werden kann, das dazugehörige minimale Startgewicht und die günstigsten Konstruktionsgrundwerte des für diesen Auftrag geeigneten Raumfahrzeuges zu bestimmen. Diese Werte bilden die Grundlage für die Projektierung eines jeden Fahrzeuges, auf die eine Konstruktion aufgebaut werden kann.

Das Verfahren liefert erstmalig in der Literatur eine große Zahl von sehr genauen Startgewichten für einzelne Flugaufträge, die gleichzeitig die minimalen Startgewichte darstellen. Die erhaltenen Werte sind bei Beachtung der Voraussetzungen sehr exakt, da die bei allen diesen Betrachtungen eingehenden Ungenauigkeiten in die charakteristische Geschwindigkeit einbezogen worden sind, und diese als mit ausreichender Genauigkeit bestimmbar vorausgesetzt wird.

Das Verfahren und die Auswertung desselben läßt einige wichtige Schlüsse bezüglich der Auslegung von Raumfahrzeugen und der Aufteilung der Raumbahnen in einzelne Abschnitte zu.

In diesen vielseitigen Möglichkeiten liegt der besondere Vorzug dieses Verfahrens gegenüber den bisher bekannt gewordenen Verfahren.

Der Bearbeiter:

H. H. Kölle

Stuttgart, d. 30. Mai 1950
(Fertigstellung des ersten Entwurfes im März 1950)

Quellenangaben:

(1) Oberth, "Wege zur Raumschiffahrt."
(2) Gartmann, "Die Stufenrakete" - GfW. ID. Nr. 8
(3) A. V. Cleaver, "The Calculation of Take-off Mass." - B. I. S. Journal Jan. 50
(4) A. C. Clarke, "Interplanetary Flight."
(5) Engel: "Nomographisches Verfahren zur Bestimmung der Startgewichte von Aggregatraketen."

Da dieser Bericht möglicherweise einen Teil meiner Doktorarbeit bilden wird, bitte ich darüber nichts ohne vorherige Rückfrage zu veröffentlichen. - K. -